توازن السوق Market Equilibrium

سوق ذات سلعة واحدة One Commodity market

$Qd = a - bp$

$Qs = -c + dp$

$Qd = Qs$

$a - bp = -c + dp$

$a + c = dp + bp$

$a + c = p(d + b)$

$p = \frac{a+c}{d+b}$ …….. 1

لإيجاد الكمية التوازنية نعوض السعر في إحدى المعادلتين

$Q = a - \frac{b(a+c)}{(d+b)}$

$= \frac{a(d+b) - b(a+c)}{d+b}$

$= \frac{ad + ab - ba - bc}{d+b}$

$Q = \frac{ad - bc}{d+b}$

مثال / احسب القيم التوازنية لنموذج السوق الأتي

$Qd = 27 - 4p$

$Qs = -3 + 2p$

$Qd = Qs$

$27 - 4p = -3 + 2p$

$27 + 3 = 2p + 4p$

$30 = 6p$

$P = \frac{30}{6} = 5$

$Q = 27 - 4(5)$

$= 27 - 20$

$= 7$

ضرائب الإنتاج وتأثيرها في توازن السوق

تأثير الضريبة

$$\mathbf{p} = \frac{a+c}{b+d} + \frac{dt}{b+d}$$

$$\mathbf{Q} = \frac{ad-bc}{b+d} - \frac{bdt}{b+d}$$

مثال / إذا كانت دالة الطلب والعرض لسلعة ما في السوق كالاتي :

Qd = 10 – p
Qs = 2p -5

اوجد السعر والكمية التوازنية بعد فرض الضريبة بمقدار دينار واحد لوحدة المنتجة.

$$\mathbf{p} = \frac{a+c}{b+d} + \frac{dt}{b+d}$$

$$= \frac{10+5}{1+2} + \frac{2\times 1}{1+2}$$

$$= \frac{15}{3} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{17}{3} = \mathbf{5.7}$$

$$\mathbf{Q} = \frac{ad-bc}{b+d} - \frac{bdt}{b+d}$$

$$= \frac{10*2-1*5}{3} - \frac{1*2*1}{3}$$

$$= \frac{20-5}{3} - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{13}{3} = \mathbf{4.3}$$

تأثير الإعانة

مثال / في نموذج السوق التالي

$$Qd = 6 - 0.2p$$
$$Qs = -8 + 0.3p$$

جد السعر والكمية التوازنية بعد تقديم الإعانة بمقدار (2) دينار

$$Qs = -8 + 0.3(p + s)$$
$$= -8 + 0.3(p + 2)$$
$$= -8 + 0.3p + 0.6$$
$$= -7.4 + 0.3p$$
$$Qd = Qs$$
$$-7.4 + 0.3p = 6 - 0.2p$$
$$0.3p + 0.2p = 6 + 7.4$$
$$0.5p = 13.4$$
$$P = \frac{13.4}{0.5} = 26.8$$
$$Q = 6 - 0.2(26.8) = 0.64$$

مثال / إذا كانت دالة العرض والطلب لسلعتين في نموذج السوق الأتي :

Qd1 =18 – 3p1 +p2
Qs1 = -2 + 4p1
Qd2 = 12 + p1 – 2p2
Qs2 = -2 + 3p2
الحل

18 - 3p1 + p2 = -2 +4p1
12 + p1 -2p2 = -2 + 3p2

- 7p1 +p2 = -20
P1 – 5p2 = -14

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P1 \\ P2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} = 35 - 1 = 34$$

$$\mathbf{A1} = \begin{pmatrix} -20 & 1 \\ -14 & -5 \end{pmatrix} = 100 + 14 = 114$$

$$\mathbf{A2} = \begin{pmatrix} -7 & -20 \\ 1 & -14 \end{pmatrix} = 98 + 20 = 118$$

$$\mathbf{P1} = \frac{A1}{A} = \frac{114}{34} = 3.35$$

$$\mathbf{P2} = \frac{A2}{A} = \frac{118}{34} = 3.47$$

Q1 = -2 + 4(3.35) =11.4
Q2 = -2 + 3(3.47) = 8.41

نموذج السوق غير الخطي

مثال / أذا كانت دالتي العرض والطلب على سلعة ما في السوق كما يأتي

$$P + Q^2 + Q = 11$$

$$2P - 2Q^2 + Q - 4 = 0$$

المطلوب / أيجاد السعر والكمية التوازنيتين في السوق.

$$P = -Q^2 - Q - 11$$

$$P = Q^2 - 0.5Q + 2$$

$$-Q^2 - Q + 11 = Q^2 - 0.5Q + 2$$

$$2Q^2 + 0.5Q - 9 = 0$$

ضرب المعادلة × ٢

$$4Q^2 + Q - 18 = 0$$

$$Q = \frac{-b \mp \sqrt{b2 - 4ac}}{2a}$$

$$Q = \frac{-1 \mp \sqrt{(1)2 - 4(4)(-18)}}{2(4)}$$

Q = 2 or – 2.25 يهمل

Q = 2

$$P + (2)^2 + 2 = 11$$

$$P + 4 + 2 = 11$$

$$P = 11 - 6$$

$$P = 5$$

التوازن الدخل

توازن الدخل في نموذج اقتصادي مكون من قطاعين

مثال / اذا توافرت لديك البيانات الاتية عن اقتصاد ما

$$y = C + I$$
$$C = 85 + 0.9\,y$$
$$I = 55$$

المطلوب /

أيجاد مستوى الدخل التوازني والاستهلاك التوازني.

$$y = C + I$$
$$y = 85 + 0.9y + 55$$
$$y - 0.9y = 140$$
$$y(1 - 0.9) = 140$$

$$y = \frac{140}{1-0.9} = \frac{140}{0.1} = 1400$$

$$C = 85 + 0.9y$$
$$C = 85 + 0.9(1400)$$
$$C = 85 + 1260$$
$$C = 1345$$

توازن الدخل في نموذج اقتصادي ذي ثلاثة قطاعات

مثال / أذا توافرت لديك البيانات الآتية لاقتصاد مغلق وفيه نشاط حكومي.

$$y = C + I + G$$
$$C = 135 + 0.8y$$
$$I = 75$$
$$G = 30$$

المطلوب / أيجاد مستوى الدخل والاستهلاك التوازني

$$y = C + I + G$$
$$y = 135 + 0.8y + 75 + 30$$
$$y - 0.8y = 240$$
$$y(1-0.8) = 240$$

$$y = \frac{240}{0.2} = 1200$$

C = 135 + 0.8(1200)
C = 135 + 960
C = 1095

مثال / في نموذج الدخل القومي الاتي :

y = C + I + G
C = 7 + 0.9yd
T = 0.2y
I = 55
G = 38

المطلوب / جدل كل من y و C و T

y = c + I + G
y = 7 + 0.9yd + 55 + 38
y = 0.9 (y-T) + 100
y = 0.9y – 0.9T + 100
y = 0.9y – 0.9(0.2y) + 100
y = 0.9 – 0.18y + 100
y(1 – 0.9 + 0.18) = 100

$$y = \frac{100}{0.28} = 357.14$$

T = 0.2(357.14) = 71.42

C = 7 + 0.9(357.14 – 71.42)
C = 7 + 257.148
C = 264.14

مثال / اذا توافرت لديك البيانات التالية عن اقتصاد مغلق كما يلي:

y = C + I
C = 0.9y
I = 30 – 0.15r
Ld = 50 + 0.1y – 0.2r
Ls = 76.5

المطلوب / جد كمل من y و r التوازنيين

$$y = C + I$$
$$y = 0.9y + 30 - 0.15r$$
$$y - 0.9y = 30 - 0.15r$$
$$y(1 - 0.9) = 30 - 0.15r$$

$$y = \frac{30 - 0.15r}{0.1} = 300 - 0.15r$$

$$Ld = Ls$$
$$50 + 0.1y - 0.2r = 76.5$$
$$0.1y = 0.2r + 76.5 - 50$$

$$y = \frac{0.2r + 26.5}{0.1} = 2r + 265$$

$$300 - 1.5r = 2r + 265$$

$$r = \frac{300 - 265}{3.5} = 10$$

$$y = 2\ (10) + 265 = 285$$

مثال / أذا توافرت لديك بيانات عن بلدين يتعاملان مع بعضهما، أوجد الدخل التوازني وصافي الميزان التجاري لكل بلد.

البلد	MPC	MPI	I	G
1	0.4	0.3	600	500
2	0.5	0.1	400	700

M12 = 0.3 = e21

M21 = 0.1 = e12

y1 = C1y1 + I1 + G1 + E1 – M1
y2 = C2 y2 + I2 + G2 + E2 – M2

y1 = 0.4y1+ 600 + 500 + (0.1y2 – 0.3y1)
y2 = 0.5y2 + 400 + 700 + (0.3y1 - 0.1y2)

y1 = 0.1y1 + 1100 + 0.1y2
y2 = 0.4y2 + 1100 + 0.3y1

y1 – 0.1y – 0.1y2 = 1100
y2 – 0.4y2 – 0.3y1 = 1100

0.9y1 – 0.1y2 = 1100
-0.3y1 + 0.6y2 = 1100

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.9 & -0.1 \\ -0.3 & 0.6 \end{pmatrix} = 0.54 - 0.03 = 0.51$$

$$\mathbf{adjA} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.1 \\ 0.3 & 0.9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y = (A^{-1} \cdot D)}$$

$$\begin{pmatrix} y1 \\ y2 \end{pmatrix} = \frac{1}{0.51} \begin{pmatrix} 0.6 & 0.1 \\ 0.3 & 0.9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1100 \\ 1100 \end{pmatrix}$$

y1 = 1509.8
y2 = 2588.2

E1 – M1
0.1 (2588.2) – 0.3 (1509.8)
258.82 – 452.94
= - 194.12

E2 –M2
0.3 (1509.8) – 0.1 (2588.2)
452.94 – 258.22
= 194.12

نموذج المستخدم – المنتج

يحاول نموذج المستخدم – المنتج الإجابة على السؤال التالي : ما هو مستوى الإنتاج الذي ينبغي على كل قطاع من القطاعات في الاقتصاد القومي أن يصل أليه لكي يكون كافيا تماماً لإشباع الطلب الكلي على ذلك الإنتاج والذي يتكون من الطلب النهائي والطلب الوسيط حيث يتطلب لإنتاج سلعة واحدة مستخدمات من سلع أخرى كسلع وسيطة في العملية الإنتاجية.

مثال / اقتصاد بسيط مكون من ثلاثة قطاعات و(A) مصفوفة المعاملات الفنية

$$A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

المطلوب / ١. اوجد انتاج القطاعات الثلاثة اذا تغير الطلب النهائي على القطاعات 10 و 5 و 6 مليون دينار.

٢. كون جدول المستخدم – المنتج جديد في ضوء المعطيات الجديدة.

$$X = (I-A)^{-1} \cdot D$$

$$I - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & -0.3 & -0.2 \\ -0.4 & 0.9 & -0.2 \\ -0.1 & -0.3 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$\left| I - A \right| = \begin{pmatrix} 0.8 & -0.3 & -0.2 \\ -0.4 & 0.9 & -0.2 \\ -0.1 & -0.3 & 0.8 \end{pmatrix} = 0.384$$

$$adj(I-A) = \begin{pmatrix} 0.66 & 0.3 & 0.24 \\ 0.34 & 0.62 & 0.24 \\ 0.21 & 0.27 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$(I-A)^{-1} = \frac{1}{0.384} \begin{pmatrix} 0.66 & 0.3 & 0.24 \\ 0.34 & 0.62 & 0.24 \\ 0.21 & 0.27 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{0.384} \begin{pmatrix} 0.66 & 0.3 & 0.24 \\ 0.34 & 0.62 & 0.24 \\ 0.21 & 0.27 & 0.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24.84 \\ 20.68 \\ 18.36 \end{pmatrix}$$

Out put / In put	A	B	C	∑Xi	D	X
A	4.968	6.204	3.672	14.84	10	24.84
B	9.936	2.068	3.672	15.685	5	20.68
C	2.484	6.204	3.672	12.366	6	18.36
∑Xi	17.388	14.476	11.016	42.88		

V	**7.452**	**6.204**	**7.344**		**21**	
∑ji	**24.84**	**20.68**	**18.36**			

مثال / احسب مرونة الطلب السعرية في دالة الطلب الاتية :

P = 25 – 0.5Q
P = 2

P = 25 – 0.5Q
0.5Q = 25 – P

Q = $\frac{25}{0.5}$ **-** $\frac{1}{0.5}$**P**
Q 50 – 2P
$\frac{\Delta Q}{\Delta P}$ **= -2**
Q = 50 – 2(2) = 46
Ed = $\frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$
Ed = -2 $\frac{2}{46}$ **= - 0.09**

الامثلية للدوال الاقتصادية ذات المتغيرالواحد

مثال / افرض أن لدينا دالة الربح الاتية

$$\mathbf{JI = - Q^2 + 15Q - 50}$$

$$\frac{d\Pi}{dQ} \mathbf{= -2Q + 15 = 0}$$

$$\mathbf{15 = 2Q}$$

$$\mathbf{Q = \frac{15}{2} = 7.5}$$

$$\frac{d2\Pi}{dQ2} \mathbf{= -2 < 0}$$

وهذا يعني أن الربح يكون اقصى ما يمكن عندما يكون مستوى الانتاج Q=7.5

مثال / اذا اعطيك دالتي العرض والطلب التاليتين:

$$60 - 4P - Qd = 0$$
$$40 = 6P - Qs$$

المطلوب /

١. **جد معدل الضريبة الذي يعظم الايرادات الضريبية.**

٢. **جد الايرادات الضريبية الكلية.**

$$60 - 4P - Qd = 0$$
$$-4P = -60 + Qd$$
$$P = 15 - 0.25Q$$

$$40 = 6P - Qs$$
$$-6P = -40 - Qs$$
$$P = 6.6 + 0.16Q$$
$$P - t = 6.6 + 0.16Q$$
$$P = 6.6 + 0.16Q + t$$

$$Qd = Qs$$
$$6.6 + 0.16Q + t = 15 - 0.25Q$$
$$t = 15 - 0.25Q - 6.6 - 0.16Q$$
$$t = 8.4 - 0.41Q$$

$$T = tQ = (8.4 - 0.41Q)\, Q$$
$$T = 8.4Q - 0.41Q^2$$
$$T\partial = 8.4 - 0.82Q = 0$$
$$8.4 = 0.82Q$$
$$Q = \frac{8.4}{0.82} = 10.24$$
$$T^2\partial = -0.82 < 0$$
$$t = 8.4 - 0.41(10.24) = 4.2$$

T = tQ = 4.2 (10.24) = 43.008

الامثلية للدوال الاقتصادية المقيدة :

مثال : اذا كانت دالة المنفعة على الشكل الاتي : $U = 8X + 4Xy$

المحددة بقيد الميزانية $X + y = 12$

المطلوب / استخدم طريقة مضاعف لاكرانج لإيجاد قيم x و y وما هي أعظم منفعة

$X + y - 2 = 0$

$U = 8X + 4Xy + \lambda (X + y - 12)$

$\frac{\partial U}{\partial X} = 8 + 4y + \lambda = 0 \qquad 8 + 4y = -\lambda$

$\frac{\partial U}{\partial y} = 4X + \lambda = 0 \qquad 4X = -\lambda$

$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = X + y - 12 = 0 \qquad X + y = 12$

$\frac{8 + 4y}{4X} = \frac{-\lambda}{-\lambda}$

$8 + 4y = 4X$

$X = 2 + y$

$(2 + y) + y = 12$

$2y = 10$

$y = \frac{10}{2} = 5$

$X = 2 + 5 = 7$

$\lambda = -4 (7) = -28$

$$\begin{vmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \\ & \end{vmatrix}$$

$$H^{-} = \begin{matrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix} = 8 > 0$$

$$U = 8(7) + 4(7)(5) = 196$$