جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جهاز الاشراف والتقويم العلمي

بسم الله الرحمن الرحيم

اسم الجامعة : ديالى
اسم الكلية : الادارة والاقتصاد
اسم القسم : الاحصاء
اسم المحاضر: مرتضى منصور
اللقب العلمي : مدرس مساعد
المؤهل العلمي : ماجستير
مكان العمل: كلية الادارة والاقتصاد

المحاضـرة الخامسة

المادة النظرية:-

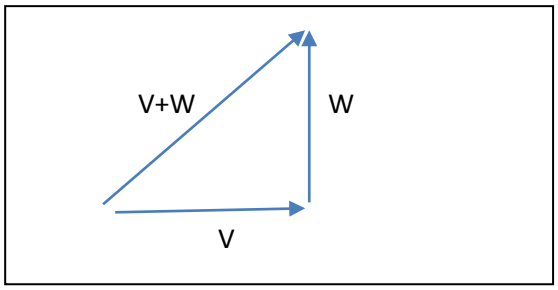
المتجهات

المتجهات :- Vectors

توصف بعض القياسات مثل المساحة والطول والكتلة وصفا كاملاً بمجرد اعطاء قيمة في حين توصف القوة والازاحة والسرعة بقيمة واتجاه ولذلك تدعى متجهاً ويمثل المتجه هندسياً كجزء من خط مستقيم او كسهم موجه في الفضاء الثنائي والفضاء الثلاثي حيث يبين اتجاه السهم اتجاه المتجه بينما يصف طول السهم قيمه المتجة كما يدعى ذيل السهم بنقطة البداية وراس السهم بنقطة النهاية للمتجة فاذا كانت نقطة البداية للمتجة V هي A ونقطة النهاية هي B فاننا نكتب المتجة على النحو التالي :

ملاحظات //

١*يقال للمتجهان التي لها نفس الطول ونفس الاتجاه بانها متكافئة وتعتبر المتجهات المتكافئة متساوية حتى وان كانت تقع في اماكن مختلفة



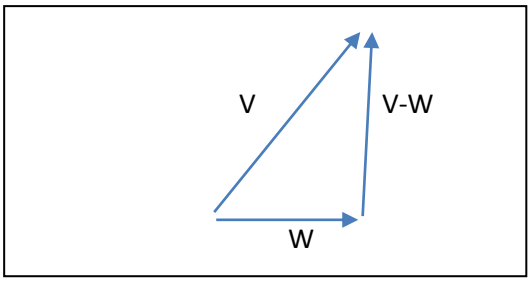
٢*اذا كان V W اي متجهين فان مجموعهما V+W هو متجه اخر يمثل بالسهم الواصل من نقطة بداية V الى نقطة نهاية W

٣*يسمى المتجة الذي طوله صفر بالمتجة الصفري ويرمز له بالرمز O حيث

$$O+W=W+O=W$$

٤*يقال للمتجة الذي له نفس مقدار المتجه V ولكنه للعكس (V-) حيث W = -V

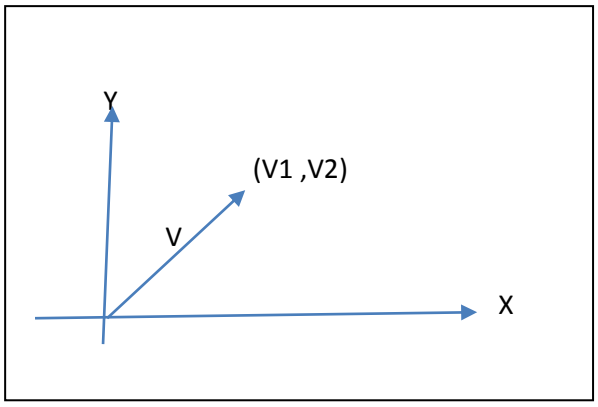
٥*اذا كان V W اي متجهين فان الطرح يعرف بواسطة V – W = V+(-W)



٦*اذا كان V متجه و K ثابت حقيقي فان حاصل الضرب KV يعرف بانه المتجه الذي طوله K من المرات طول V واتجاهه هو نفس اتجاه V اذا كان K موجب وعكس اتجاه V اذا كان K سالب

المتجهات في الفضاء الثنائي Veciers ia aplase:-

لنفرض ان V متجة نقطة بدايته عند نقطة الاصل فيسمى الاحداثيان (V_1 , V_2) لنقطة نهاية V بمركبتي V حيث $V=(V_1 , V_2)$



ملاحظات/

١-المتجهان $V=(V_1 , V_2)$,$W=(W_1 , W_2)$ يكونان متكافئين اذا وفقط اذا كان $V_1=W_1 , V_2=W_2$

٢-وحاصل الجمع يكون على النحو التالي $V+W = (V_1+W_1 , V_2+W_2)$

٣-حاصل ضرب اي عدد قياسي بمتجه يكون $KV =(KV_1 , KV_2)$

مثال ///افرض ان $V =(1 ,-2)$, $W=(1 ,4)$ جد $V+W , KV$

الحل///

$$V+W=(3+1 ,4-2)=(4 , 2)$$

$$VK =3*(1 ,-2) =(3 ,-6)$$

٤-يسما طول المتجه V عادة بمقياس V وجرت العادة ان يرمز له //V//

ويحسب كما يلي //V// =

٥-اذا كان $U=(U_1 , U_2)$, $V =(V_1 , V_2)$ متجهين فان الضرب القياسي او الضرب الداخلي التقليدي

U , V يعرف على النحو التالي $U,V = U_1 V_1 + U_2 V_2$

٦-اذا كان V , V متجهين وكانت Θ هي الزاوية المحصورة بينهما فان الضرب القياسي V_1 * V_2 يحسب كمايلي

$$V_1 * V_2 =||V_1|| *||V_2|| * COS \Theta$$

$$COS\Theta=V_1 *V_2 / ||V_1||*||V_2||$$

٧- يقال ان المتجهين U, V متعامدان (⊥) اذا كان حاصل الضرب القياسي يساوي صفر اي VU=0

المتجهات في الفضاء الثلاثي : Vectors in Space

اذا وقع المتجه v في الفضاء الثلاثي بحيث تكون نقطة بدايته عند نقطة الاصل لنظام احداثيات متعامدة فان احداثيات متعامدة فان احداثيات نقطة النهاية تسمى بمركبات v وتكتب على النحو التالي .

$$V=(v_1 , v_2 , v_3)$$

**اذا كان $V = (V_1 , V_2, V_3) , W = (W_1, W_2, W_3)$ متجهين في الفضاء الثلاثي فان

١- W, V متكافئتان اذا كان $V_3 = W_3 , V_2 = W_2 , V_1 = W_1$

٢- $V \mp W = (V_1W_1 \mp V_2W_2 \mp V_3W_3)$

٣- لاي عدد حقيقي Kان $KV = (KV_1 , KV_2 , KV_3)$

٤- كذلك فان مقياس V يمكن ان يعبر عنه بالشكل التالي $\|V\| = \sqrt{V_1 + V_2 + V_3}$

٥- كما ان الضرب القياسي او الضرب الداخلي يكون

$$W.V = W_1V_1 + W_2V_2 + W_3V_3$$

ويمكن كتابته ايضا على النحو الاتي $W.V = \|W\|\|V\| \, COS\theta$

٦- المتجهات في الفضاء النوني :يعرف المتجه في الفضاء النوني على انه مرتب نوني من n من الاعداد $V_1 , V_2 , \dots \dots \dots V_n$ ويكتب وفق الصيغة (v_1 , v_2 , v_3)=V وتكون نقطة بدايته هي نقطة الاصل