جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جهاز الاشراف والتقويم العلمي

بسم الله الرحمن الرحيم

اسم الجامعة : ديالى
اسم الكلية : الادارة والاقتصاد
اسم القسم : الاحصاء
اسم المحاضر: مرتضى منصور
اللقب العلمي : مدرس مساعد
المؤهل العلمي : ماجستير
مكان العمل: كلية الادارة والاقتصاد

المحاضـــرة الرابعة

المادة النظرية:-

طرائق حل المعادلات الانية

طرائق حل المعادلات الانية :

ب//طريقة المحددات (طريقة كرامير)

افرض ان $a_{11}\ x_1 + a_{12}\ x_2 = b_1$

$$A_{21}\ x_1 + a_{22}\ x_2 = b_2$$

فبضرب المعادلة الاولى في a_{12} وبطرح المعادلة الثانية من الولى ينتج

$$(a_{11}\ a_{22} - a_{21}\ a_{21})\ x_1 = a_{22}\ b_1 - a_{12}\ b_2$$

$$X_1 = a_{22}\ b_1 - a_{12}\ b_2 \ /\ a_{11}\ a_{22} - a_{21}\ a_{21}$$

اذا كان $a_{11}\ a_{22} - a_{21}\ a_{21} = 0$

ويمكن كتابته هذا المقدار بشكل محدد من الدرجة الثانية كما يمكن كتابة البسط ايضا بشكل محددة من نفس الدرجة فيكون

$$X_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} \qquad X_2 = \frac{\begin{bmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}}$$

بشرط ان يكون المقام لايساوي صفر

يمكن تعميم هذه النتيجة لاي نظام من المعادلات التي يكون فيها عدد المجاهيل مساوي لعدد المعادلات ويحسب وفق الصيغه العامة التالية

$$X_i = \frac{|A_i|}{|A|} \quad i = 1, 2, 3, \ldots . n$$

مثال// حل المعادلات التالية مستعملاً طريقة كرامير

$$X_1 - 3X_2 = 5$$

$$-X_2 + X_3 = -1$$

$$6X_1 + 2X_3 = 0$$

الحل // $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 6 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 6 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 * (-2 - 0) + 3 * (0 - 6) = -20$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 5 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 * (-5 - 3) = -16$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 6 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 28$$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & -1 & -1 \\ 6 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 48$$

$$X_1 = \frac{|A_1|}{|A|} = -\frac{16}{-20} = \frac{8}{10}, X_2 = \frac{|A_2|}{|A|} = -\frac{28}{20} = -\frac{7}{5} \quad X_3 = \frac{|A_3|}{|A|} = \frac{48}{-20} = -\frac{12}{5}$$

ج// طريقة كاوس /

تتلخص هذه الطريقة بتكوين المصفوفة الموسعة اي وضع مصفوفه الوحدة من نفس الحجم المصفوفة المطلوبة واستخراج معكوسها الى يمين المصفوفة المذكورة

مثال /// جد قيم X , Y للمعادلات التالية باستخدام طريقة كاوس

$$2X + 4Y = 10$$

$$X + 3Y = 7$$

الحل /// $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \end{bmatrix} -$

$R_1 \%2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \ldots -1R_1 + R_2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \ldots\ldots -2R_1 + R_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

اذا قيم X=1 , Y=2