4.3. خصائص مقدرات المربعات الصغرى

1.4.3. خاصيةُ عدم التحيز

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i \dots\dots\dots\dots\dots (8.3)$$

$$\frac{\sum y_i}{n} = \frac{na}{n} + b\frac{\sum x_i}{n} + \frac{\sum \varepsilon_i}{n} \quad \rightarrow \quad \bar{y} = a + b\bar{x} + \bar{\varepsilon} \dots\dots (9.3)$$

$$(8.3) - (3.9) \leftrightarrow \quad y_i - \bar{y} = b(x_i - \bar{x}) + (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})$$

وبالتّعويض في معادلة مقدر b

$$\hat{b} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2(b(x_i - \bar{x}) + (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}))}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{b\sum(x_i - \bar{x})^2 + \sum(x_i - \bar{x})(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{b} = b + \frac{\sum(x_i - \bar{x})(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

هل $\hat{a}$ و $\hat{b}$ غير متحيزان؟ (يكون $\hat{\theta}$ غير متحيز $E(\hat{\theta}) = 0$

$$E(\hat{b}) = b$$

$$E(\hat{b}) = E(b) + E\left(\frac{\sum(x_i - \bar{x})(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}\right)$$

$$= E(b) + \frac{\sum(x_i - \bar{x})(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

لدينا $\frac{\sum(x_i-\bar{x})E(\varepsilon_i)}{\sum(x_i-\bar{x})^2} = 0$ لأن حسب الفرضية $E(\sum \varepsilon_i) = 0$

ومنه $\hat{b}$ مقدر غير متحيز

$$\boxed{E(\hat{b}) = b}$$

$$\left.\begin{aligned}\bar{y} &= \hat{a} + \hat{b}\bar{x} \\ \bar{y} &= a + b\bar{x} + \bar{\varepsilon}\end{aligned}\right\} \rightarrow \quad \hat{a} = a + \bar{\varepsilon} - (\hat{b} - b)\bar{x}$$

$$E(\hat{a}) = E(a + \bar{\varepsilon} - (\hat{b} - b)\bar{x})$$

$$= a + E(\bar{\varepsilon}) - E\left((\hat{b} - b)\bar{x}\right)$$

ومنه $\hat{a}$ مقدر غير متحيز لأن $E(\hat{b} - b) = 0$

$$\boxed{E(\hat{a}) = a}$$

2.4.3. أدنى تُباين

الخاصية الثانية لمقدرات مقدرات المربعات الصغرى هي أنها تمتلك أدنى تباين هذه الخاصية لها أهمية بالغة في الاقتصاد القياسي لان أدنى تباين يعتبر مؤشر إلى دقة القياسات، أدنى تباين يعتبر مؤشر إلى دقة القياسات، أدنى تباين يعني أعلى دقة من ناحية القياسات.

هناك علاقة عكسية بين التباين ودقة القياسات كلما زاد التباين كلما انخفضت دقة القياسات وكلما قل ارتفعت دقة القياسات. لأن مقدرات المربعات الصغرى $\hat{a}$ و $\hat{b}$. تلك المقدرات تمتلك أدنى تباين تعني مقارنه بمقدرات أخرى تقاس بطريقه مختلفة عن مقدرات المربعات الصغرى، فان مقدرات المربعات الصغرى تمتلك أدنى تباين إي تتحلى بأعلى دقه. نفترض إن هناك مقدرات لـ a و b نحصل عليها بطريقه مختلفة ونفترض إن المقدرات الأخرى a', b'. إذا افترضنا أن تلك المقدرتين خطيه وغير متحيزة سيكون الاختلاف في خاصية أن مقدرات المربعات الصغرى $\hat{a}$ و $\hat{b}$ تمتلك أعلى دقة. حيث:

1- كلما زاد التباين σ^2 كلما زاد تباين المقدرات $\hat{a}$ و $\hat{b}$

2- كلما كان انتشار قيم X أكبر كلما قل تباين $\hat{a}$ و $\hat{b}$

5.3. اختبارات الفروض للمعاملات المقدرة وللنموذج القياسي

يتعلق اختبار الفرضيات بإيجاد ألا جابه على هذا السؤال ما اذا كانت القيمة المحسوبة من العينة متوافقة مع الفرضية أم لا؟ الكلمة متوافقة هنا تعني أن القيمة المحسوبة قريبه من القيمة المفترضة بحيث أننا لا نستطيع إن نرفض القيمة المفترضة. في القياس الاقتصادي نسمي القيمة المفترضة بـفرضية العدم لفرضية البديلة.