## مجموعة من الأمثلة حول القواعد السابقة (المحاضرة الثانية)

مثال: اوجد قيمة كل من التكاملات التالية:

1. $\int \sin(4x)dx = -\frac{1}{4}\cos(4x)+c$

2. $\int x\tan(2x^2+1)dx = \frac{1}{4}\int 4x\tan(2x^2+1)dx = \frac{1}{4}\ln\left|\sec(2x^2+1)\right|+c$

3. $\int \cot(7-\frac{x}{2})dx = -2\int -\frac{1}{2}\cot(7-\frac{x}{2})dx = 2\ln\left|\csc(7-\frac{x}{2})\right|+c$

تكامل دالة الجيب العكسية هو:

$$\int \arcsin(x)dx = x\arcsin(x) + \sqrt{1-x^2} + c$$

$$\int \arcsin(\frac{x}{a})dx = x\arcsin(\frac{x}{a}) + \sqrt{a^2-x^2} + c$$

تكامل دالة الجيب تمام العكسية هو:

$$\int \arccos(x)dx = x\arccos(x) - \sqrt{1-x^2} + c$$

$$\int \arccos(\frac{x}{a})dx = x\arccos(\frac{x}{a}) - \sqrt{a^2-x^2} + c$$

تكامل دالة الظل العكسية هو:

$$\int \arctan(x)dx = x\arctan(x) - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c$$

$$\int \arctan(\frac{x}{a})dx = x\arctan(\frac{x}{a}) - \frac{a}{2}\ln(1+\frac{x^2}{a^2}) + c$$

تكامل دالة الظل تمام العكسية هو:

$$\int \operatorname{arccot}(x)dx = x\operatorname{arccot}(x) + \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c$$

$$\int \operatorname{arccot}(\frac{x}{a})dx = x\operatorname{arccot}(\frac{x}{a}) + \frac{1}{2}\ln(a^2+x^2) + c$$

عاشراً: تكامل دالة القاطع العكسية هو:

$$\int \operatorname{arcsec}(x)dx = x \operatorname{arcsec}(x) - \ln\left|x + x\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2}}\right| + c$$

$$\int \operatorname{arcsec}(\frac{x}{a})dx = x \operatorname{arcsec}(\frac{x}{a}) + \frac{x}{a|x|}\ln\left|x \pm x\sqrt{x^2-1}\right| + c$$

تكامل دالة الجيب الزائدية هو:

$$\int \sinh(ax)dx = \frac{1}{a}\cosh(ax) + c$$

$$\int \sinh^n(ax)dx = \frac{1}{an}\sinh^{n-1}(ax)\cosh(ax) - \frac{n-1}{n}\int \sinh^{n-2}(ax)dx + c \quad n \succ 0$$

تكامل دالة الجيب تمام الزائدية هو:

$$\int \cosh(ax)dx = \frac{1}{a}\sinh(ax) + c$$

$$\int \cosh^n(ax)dx = \frac{1}{an}\sinh(ax)\cosh^{n-1}(ax) + \frac{n-1}{n}\int \cosh^{n-2}(ax)dx + c \quad n \succ 0$$

تكامل دالة الظل الزائدية هو:

$$\int \tanh(ax)dx = \frac{1}{a}\ln\left|\cosh(ax)\right| + c$$

$$\int \tanh^n(ax)dx = -\frac{1}{a(n-1)}\tanh^{n-1}(ax) + \int \tanh^{n-2}(ax)dx + c \quad n \neq 1$$

تكامل دالة الظل تمام الزائدية هو:

$$\int \coth(ax)dx = \frac{1}{a}\ln\left|\sinh(ax)\right| + c$$

$$\int \coth^n(ax)dx = -\frac{1}{a(n-1)}\coth^{n-1}(ax) + \int \coth^{n-2}(ax)dx + c \quad n \neq 1$$

تكامل دالة الجيب الزائدية العكسية هو:

$$\int arc\,\sinh(\frac{x}{a})dx = x \operatorname{arcsinh}(\frac{x}{a}) - \sqrt{x^2+a^2} + c$$

تكامل دالة الجيب تمام الزائدية العكسية هو:

$$\int \operatorname{arccosh}(\frac{x}{a})dx = x \operatorname{arccosh}(\frac{x}{a}) - \sqrt{x^2-a^2} + c$$

تكامل دالة الظل الزائدية العكسية هو:

$$\int \operatorname{arctanh}\left(\frac{x}{a}\right)dx = x \operatorname{arctanh}\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{a}{2}\ln\left|a^2 - x^2\right| + c \quad |x| \prec |a|$$

تكامل دالة الظل تمام الزائدية العكسية هو:

$$\int \operatorname{arctanh}\left(\frac{x}{a}\right)dx = x \operatorname{arctanh}\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{a}{2}\ln\left|x^2 - a^2\right| + c \quad |x| \succ |a|$$

تكامل دالة القاطع الزائدية العكسية هو:

$$\int \operatorname{arcsech}\left(\frac{x}{a}\right)dx = x \operatorname{arcsech}\left(\frac{x}{a}\right) - a \arctan\frac{x\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}}{x-a} + c \quad x \in (0,a)$$

تكامل دالة القاطع تمام الزائدية العكسية هو:

$$\int \operatorname{arccsch}\left(\frac{x}{a}\right)dx = x \operatorname{arccsch}\left(\frac{x}{a}\right) - a \ln\frac{x+\sqrt{x^2+a^2}}{a} + c \quad x \in (0,a)$$

$$\int \frac{u'}{\sqrt{u^2+a^2}}dx = Sinh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{u'}{\sqrt{u^2-a^2}}dx = Cosh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{u'}{a^2-u^2}dx = \frac{1}{a}\tanh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{u'}{u\sqrt{u^2+a^2}}dx = -\frac{1}{a}Sech^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C$$

$$\int \frac{u'}{|u|\sqrt{a^2-u^2}}dx = -\frac{1}{a}Csch^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C$$