(المحاضرة الثالثة)

$$\int \frac{u'}{a^2-u^2}dx = \frac{1}{a}Coth^{-1}\left(\frac{u}{a}\right)+C$$

$$\int \frac{u'}{\sqrt{a^2-u^2}}dx = Sin^{-1}\left(\frac{u}{a}\right)+C$$

$$\int \frac{u'}{a^2+u^2}dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{u}{a}\right)+C$$

$$\int \frac{u'}{u\sqrt{u^2-a^2}}dx = \frac{1}{a}Sec^{-1}\left(\frac{u}{a}\right)+C$$

بعض تطبيقات التكامل الغير محدد

اذا اعطى في السؤال ميل المنحني ونقطة فإننا نكامل الميل ونضيف ثابت التكامل ثم نعوض النقطة (x,y) لإيجاد c ثم نعوض قيمة c لإيجاد معادلة المنحني

اذا اعطى في السؤال ميل المنحني وكان للمنحني نهاية عظمى أو صغرى قيمتها a في هذه الحالة نجعل الميل يساوي صفر ونجد قيمة x حيث y=a ثم نكامل الميل ونضيف ثابت التكامل ثم نعوض النقطة (x,y) لإيجاد c ثم نعوض قيمة c في معادلة المنحنى

اذا اعطى في السؤال المشتقة الثانية في هذه الحالة نكامل مرتين.

مثال: جد معادلة المنحني الذي ميله عند (x,y) من نقاطه $3x^2-2x+1$ ويمر بالنقطة (2,3)

الحل:

الميل المنحني = المشتقة منحني في تلك النقطة

$$y = \int (3x^2 - 2x + 1)dx$$

$$y = \frac{3x^2}{3} - \frac{2x^2}{2} + x + c$$

$$y = x^3 - x^2 + x + c$$

النقطة (2,3) تحقق معادلة المنحني وعليه

$$3 = 8 - 4 + 2 + c$$

$$3 = 6 + c \longrightarrow c = 3 - 6 = -3$$

اذن معادلة المنحني $y = x^3 - x^2 + x - 3$

مثال: منحني يمر بالنقطتين (2,-3)، (-1,9) وميله عند (x,y) يساوي ax-5 جد معادلته.

$$y = \int ax - 5\,dx$$

$$y = \frac{ax^2}{2} - 5x + c$$

وض النقطتان (-3 , 2) , (9 , -1) في معادلة المنحني نحصل

$$9 = \frac{a(-1)^2}{2} - 5(-1) + c$$

$$9 = \frac{a}{2} + 5 + c \Longrightarrow 9 - 5 = \frac{a}{2} + c$$

$$4 = \frac{a}{2} + c \Longrightarrow 8 = a + 2c \quad \ldots\ldots(1)$$

$$-3 = \frac{a(2)^2}{2} - 5(2) + c$$

$$-3 = \frac{a(2)^2}{2} - 5(2) + c$$

$$-3 = \frac{4a}{2} - 10 + c$$

$$-3 = 2a - 10 + c$$

$$-3 + 10 = 2a + c$$

$$7 = 2a + c \quad \text{--------(2)}$$

$$14 = 4a + 2c \quad \text{--------(2)} \times 2$$

$$8 = a + 2c \quad \text{--------(1)}$$

بالطرح

$$6 = 3a \longrightarrow a = 2$$

نعوض a = 2 في معادلة رقم 1

$$8 = 2 + 2c \longrightarrow 2c = 8 - 2 \longrightarrow 2c = 6 \longrightarrow c = 3$$

أذن معادلة المنحني تكون

$$y = x^2 - 5x + 3$$

مثال3/ جد معادلة المنحني الذي ميله عند (x , y) من نقاطه هي 4 – 2x وكان للمنحني نهاية صغرى قيمتها (-3)

الحل/ بما ان للمنحني نهاية صغرى في (x , y) تساوي -3 اي ان $f'(x) = 0$

$$2x - 4 = 0$$

$$2x = 4 \implies x = 2 \implies y = -3$$

(3- , 2) هي التي تمثل نهاية صغرى

$$y = \int 2x - 4\,dx$$

$$y = x^2 - 4x + c$$

نعوض (3- , 2) في معادلة المنحني

$$-3 = (2)^2 - 4(2) + c$$

$$-3 = 4 - 8 + c$$

$$-3 = -4 + c$$

∴ معادلة المنحني

$$y = x^2 - 4x + 1$$