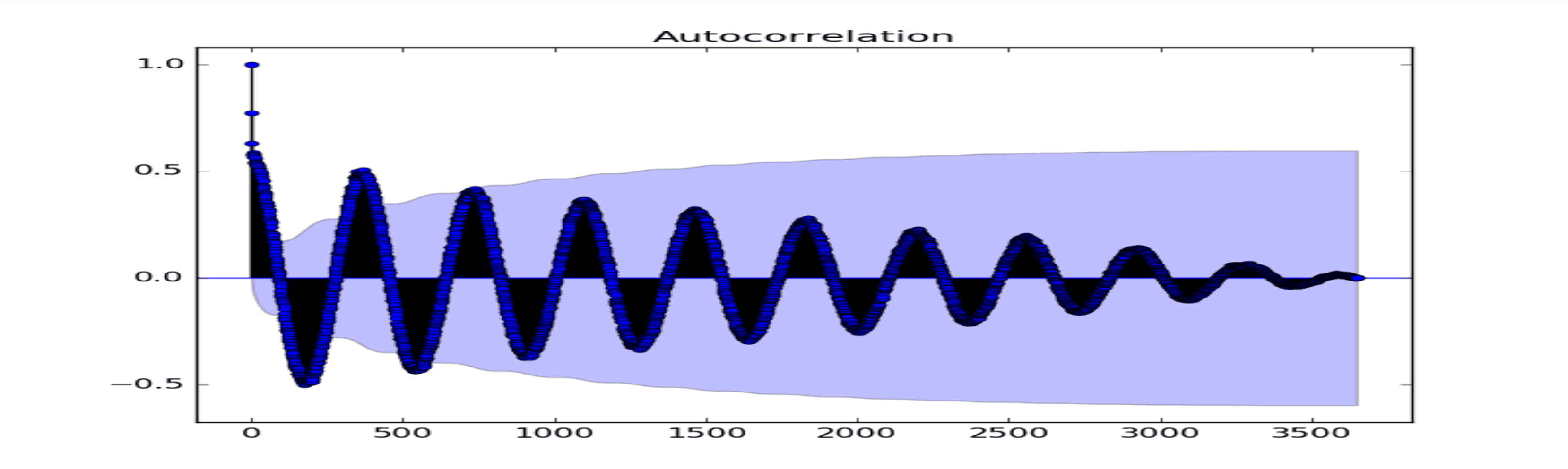
مشكلة الارتباط الذاتي



بيان المشكلة

بيان المشكلة

يظهر الارتباط الذاتي كأحد المشـاكل الناتجة من خرق فرضـية من الفروضـيات اللازمة لتطبيق المربعات الصغرى العادية على نماذج الانحدار. نتيجة لعدم اسـتيفاء الفرضية الخاصة بالتباين المشترك. $Cov(u_j, u_i) = 0$، حيث إن قيمة التباين صـفر تعني إن u_j, u_i مسـتقلتان. ومعنى الاسـتقلال يعني أن الخطأ العشـوائي غير مرتبط أي خطأ آخر، أي ما يحدث في الفترة الزمنية i لا يتأثر بما يحدث في الفترة j في دراسات السلاسل الزمنية وفي الدراسات المقطعية نقول أن ما يحدث للمشاهدة الأولى لا يتأثر بما يحدث للمشاهدة الثانية.

يتم خرق فرضية انعدام التباين المشترك دائما في الدراسات التي تعتمد على بيانات تم الحصول عليها من سـلاسل زمنية. بما معناه أن الحدث الذي حصل في سنة معينه يتأثر بالحدث في السنة الماضية. يشبه الارتباط الذاتي برمي حجر في الماء حيث تبدأ قواه تتلاشى الموجات تدريجيا لكن تأخذ وقتا ليتم ذلك فكلما قصر الزمن بين المشاهدات وكلما زاد احتمال وجود الارتباط الذاتي. هذا يجعلنا نوجه اهتمام أكثر لوجوده في الفترات التي تضم اشهر أو فصول اكثر من المشاهدات التي تمر على سنوات.

أن الفرض إن العلاقات التي تقدر من مشــاهدات أخذت على فترات زمنية تضــم ارتباط ذاتي

شـــائع جدا حتى إن الارتباط الذاتي يرمز لمتغيراته بحرف t على دلاله على الزمن اكثر من i التي

تستخدم في الحالات العامة من هذا فأننا عندما تتكلم عن الارتباط يستخدم, $E(u_t , u_{t-1})=0$ هذا التعبير

يشـــير إلى أن التشـــتت الذي يحدث في وقت t له علاقة للتشـــتت الذي يحدث في وقت t−s النتائج

المترتبة على الارتباط الذاتي في التقدير يعتمد على طبيعة الارتباط الذاتي نفســـه، المتواجد في النموذج.

هناك عدة أشكال للارتباط الذاتي:

- **من حيث الرتبة:** قد يكون الارتباط الذاتي من الرتبة الاولى او الثانية او رتبة أعلى: حيث أن الارتباط الذاتي من الرتبة الاولى يعني وجود ارتباط بين القيم التقديرية للخطأ العشـــوائي في فترة زمنية معينة والقيمة المقدرة له في الفترة السابقة مباشرة $u_t = \rho u_{t-1} + v_t$

حيث ρ معلمة تقيس درجة الارتباط وقيمتها اقل من 1 و عشوائي موزعه توزيع طبيعي ومستقلة وذات وسط صفري وتباين ثابت = σ^2 .

وقد يكون الارتباط الذاتي من الرتبة الثانية ويعني ذلك وجود ارتباط بين القيم التقديرية للخطأ العشوائي في فترة زمنية معينة والقيمة المقدرة له في الفترتين السابقتين مباشرة $u_t = \rho u_{t-2} + v_t$.

- **من حيث اتجاه الارتباط:** فقد يكون الارتباط الذاتي للأخطاء موجبا أو سالبا $-1 \leq \rho \leq +1$.
- **من حيث البيانات:** قد يكون الارتباط الذاتي تسلسليا وقصد به ان يكون الارتباط بين القيم المتتالية للخطأ العشوائي عبر فترات زمنية متتالية، حيث تكون البيانات المستخدمة في هذه الحالة على شكل سلاسل زمنية.

وقد يكون الارتباط الذاتي مقطعيا والذي يشير الى أن الارتباط الذاتي يكون بين قيم الخطأ العشوائي المتعلق بأفراد العينة عند نقطة زمنية معينة، وتكون البيانات المستخدمة في هذه الحالة في شكل بيانات مقطعية.

أثر وجود المشكلة

لا يؤثر وجود الارتباط الذاتي بين البواقي على قيم معاملات الانحدار وفي عدم تحيزها، ولكن وجود الارتباط الذاتي يؤدي إلى حساب أخطاء معيارية أقل لهذه المعاملات وبالتالي يرسم صورة متفائلة أكثر من اللازم لانخفاض الخطأ المعياري يؤدي بدوره الى زيادة قيم t المحسوبة لهذه المعاملات.

- معامل التحديد يكون متحيزا لأعلى لأن قيمته الحقيقية أقل من القيمة التي تم الحصول عليها (في ظل وجود الارتباط الذاتي) ومن ثم تكون قيمة اختبار F خاطئة وكل ذلك يؤدي إلى قرار خاطئ

- التنبؤ المحسوب من خلال مقدرات طريقة المربعات الصغرى في ظل وجود مشكل الارتباط الذاتي لن يتميز بالكفاءة والدقة التي يجب توفرها حتى يمكن الاعتماد على نتائج التقديرات المتحصل عليها.

طرق الكشف عن المشكلة

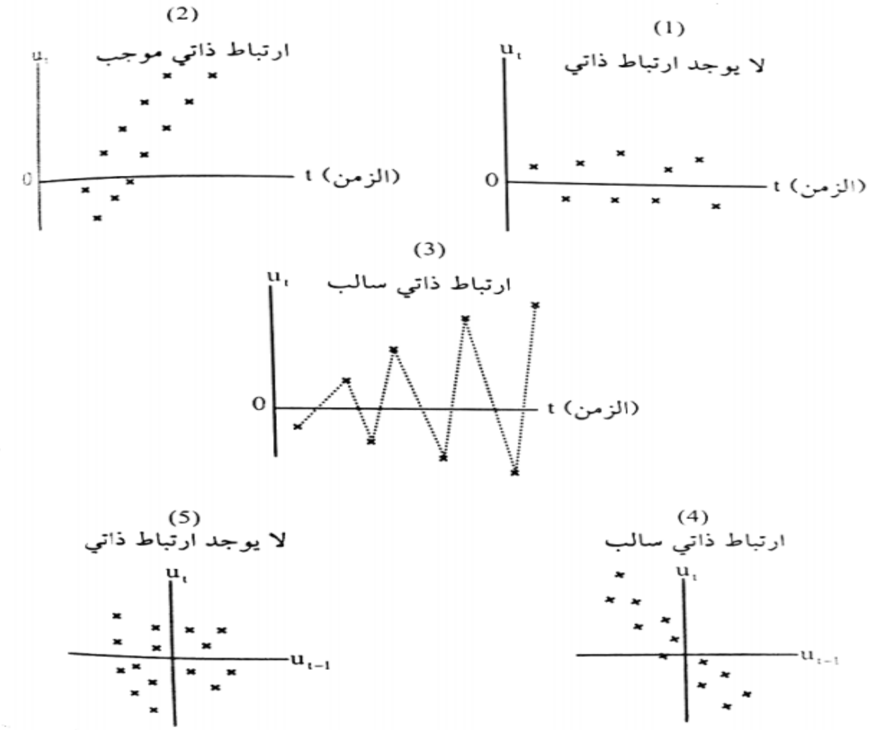
تتعدد اختبارات الكشف عن مشكل الارتباط الذاتي وهذا حسب درجة الارتباط، ولكننا نولي اهتماما للارتباط الذاتي من الدرجة الأولى. ومن أهم طرق الكشف عن هذا المشكل الطريقة البيانية واختبار ديربن واتسن.

أ- الطريقة البيانية

يمكن الكشف على الارتباط الذاتي بين الأخطاء العشوائية باستخدام الطريقة البيانية. إذ تعتبر هذه الطريقة بسيطة في الكشف عن وجود مشكل الارتباط الذاتي سواء للانحدار البسيط أو المتعدد، حيث يتم اجراء انحدار وفقا المربعات الصغرى، ثم يتم حساب البواقي $\hat{e}_i$ وبعدها

ترسم البواقي في أشكال بيانية عبر الزمن وذلك لملاحظة الاتجاه العام للبواقي. والشكل الموالي يبين أهم حالات الارتباط الذاتي للأخطاء.

الشكل رقم (2.5):أهم حالات الارتباط الذاتي للأخطاء



وبالرغم من بساطة هذه الطريقة وسهولتها إلا أنها طريقة تقريبية وليست كافية للدلالة على وجود المشكلة، لذلك تستكمل الطريقة ببعض الطرق الأخرى.

ب- اختبار ديربن واتسون Durbin- Watson

يعتبر اختبار ديربن واتسون Durbin- Watson من اختبارات الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى وهو من أوسع الاختبارات استعمالا كما أن أداءه جيد لمختلف العينات، حيث يوجد العديد من الاختبارات الأخرى والتي قد تكون أقوى من اختبار ديربن-واتسون من الناحية الإحصائية إلا أنها تكتسب قوتها في العينات كبيره الحجم. ولذلك يفضل ديربن واتسون على الكثير من الاختبارات الأخرى، فضلا على أنه بسيط من ناحية الفكرة والتطبيق.

- **شروط تطبيق اختبار ديربن واتسون Durbin- Watson**

✓ يستخدم إلا في حالة وجود ارتباط ذاتي من الدرجة الاولى أي: $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$؛

- ✓ يجب ان تحتوى معادلة الانحدار على ثابت الانحدار؛
- ✓ يجب ألا يحتوي النموذج على متغيرات ذات ابطاء زمني مثلا $Y_t=a+b_1Xt+b_2Y_{t-1}+e_t$؛
- ✓ يستخدم ديرين واتسون Durbin- Watson في حالة العينات الصغيرة $n<30$ حيث لا تقل عن 6 مشاهدات حتى يمكن اجراء ذا الاختبار.

- **خطوات تطبيق اختبار ديربن واتسون Durbin– Watson**

لتطبيق اختبار ديربن واتسون Durbin– Watson بعد تقدير نموذج انحدار خطي ثم الحصول على بواقي الانحدار $\hat{e}_i = y_i - \hat{y}_i$، يتم تحديد فرضيات الاختبار كما يلي

فرضية العدم (لا يوجد ارتباط ذاتي من الدرجة الاولى) $H_0 : \rho = 0$

الفرضية البديلة (يوجد ارتباط ذاتي من الدرجة الاولى) $H_1 : \rho \neq 0$

حيث إذا كانت ρ تساوي صفر تكون ρu_{t-1} صفر وبذلك تكون $u_t = \varepsilon_t$ علما أن ε_t تستوفي جميع فرضيات المربعات الصغرى، وبالتالي لا يوجد ارتباط ذاتي من الدرجة الاولى.

نشير إلى إمكانية صياغة أكثر من فرضية بديله، فيمكن أن نفترض، الحالة التي يكون فيها الارتباط الذاتي موجب. وهو الأكثر حدوثا في الدراسات الاقتصادية لكن أحيانا يكون عندك ارتباط ذاتي سالب. $H1 : \rho > 0$

بعد ذلك يتم حساب احصائية ديربن واتسن المحصورة بين 0 و 4 والتي تعطى بالصيغة التالية:

$$d_c = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

ويجب ملاحظة أن البسط به $\sum_{t=2}^{n}$، حيث أن عدد الفروق أقل من عدد المشاهدات بواحد، وذلك لأن القيمة الأولى لا تسبقها قيمة[1].

مثال (3):

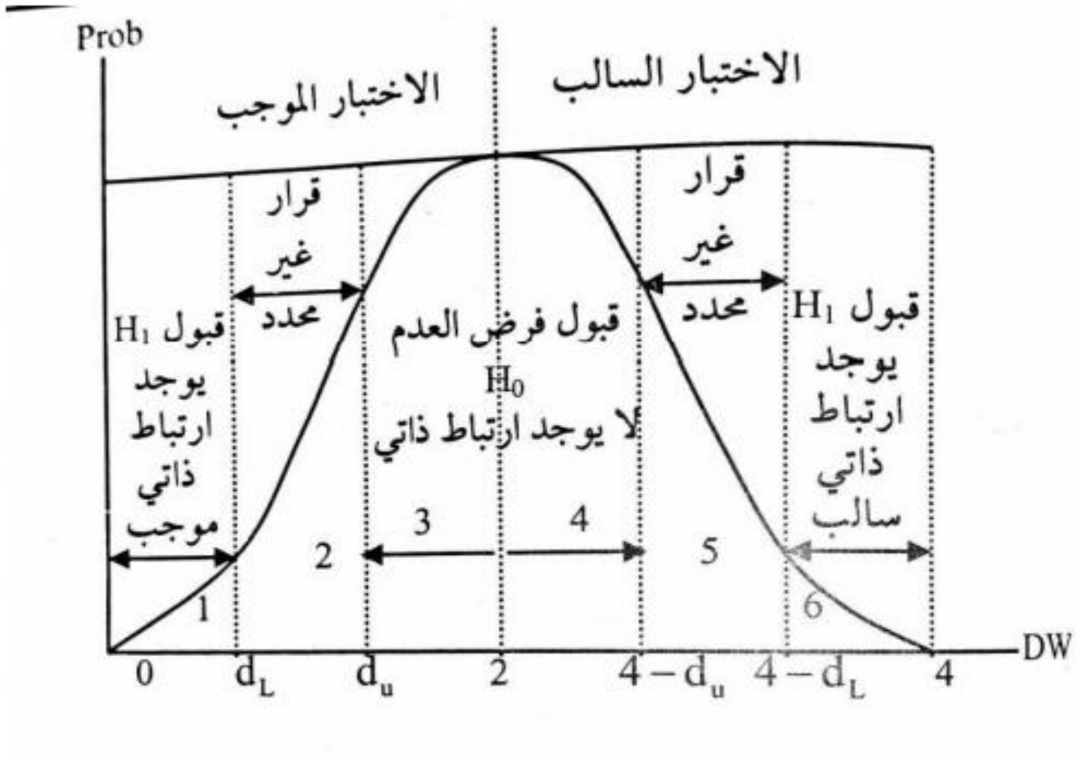
e_t	e_t^2	e_{t-1}	$e_t - e_{t-1}$	$(e_t - e_{t-1})^2$
5	25	-	-	-
3	9	5	2-	4
4-	16	3	7-	49
7-	16	4-	0	0
Σ	66		9-	53

ويتم الحصول على القيمة الجدولية لديربن واتسن ومقارنتها مع القيمة المحسوبة، حيث يعطي قيمة d_L وهي القيمة الدنيا.Lower . حيث يعطى قيمة d_U القيمة القصوى Upper، ونحصل على القيمتين من الجدول، ولكن نحصل على القيمتين نحتاج إلى عدد المشاهدات n وعدد المتغيرات المستقلة(k−1). على النحو الآتي:

الحالة	قيمة DW المحسوبة	القرار
1	$4-d_L< d_c <4$	ارتباط ذاتي سالب
2	$(4-d_u)< d_c <(4-d_L)$	قرار غير محدد
3	$2< d_c <(4-d_u)$	لا يوجد ارتباط ذاتي
4	$d_u< d_c <2$	لا يوجد ارتباط ذاتي
5	$d_L< d_c <d_u$	قرار غير محدد
6	$0< d_c <d_L$	ارتباط ذاتي موجب

يلاحظ هنا وجود منطقتين حرجتين إحداهما للارتباط الموجب والأخرى للارتباط السالب، فإذا وقعت d_c في احداهما فّإنه يمكن التأكيد على وجود ارتباط ذاتي، كما توجد منطقتان أخريين إذا وقعت d_c في احداهما

يمكن التأكد من عدم وجود ارتباط ذاتي (الحالة 3و4)، وكذلك منطقتان لا يمكن اخذ قرار بشأنهما إذا انتمت اليهما قيمة d_c (الحالة 2 و 5).



وعن جداول ديربن واتسون تكون في مستوى معين يكون عند جدول 5% وآخر 1% والذي يستخدم دائما 5%. و n تبدأ من القيمة 15 وهذا يمثل نقصا من نقائص جدول واتسون لأنه يتطلب عدد من المشاهدات لا تقل عن 15. ولكن تم تفادي هذا الآمر بتطوير جداول تبدأ من 6 مشاهدات[2] فقط تقوم على نفس الفكرة.

	k=1	
N	d_L	d_u
15	1.08	1.36
16	1.10	1.37
17	1.13	1.38
18	1.16	1.39
19	1.18	1.40
20	1.20	1.41

فبالعودة الى نتيجة المثال، إذا كانت n=20 عند مستوى الثقة 5% فإن قيمة ديربن واتسن الجدولية الموافقة هي $d_L = 1.20$ d_u=1.41 أي ان القيمة المحسوبة هي أقل من الحد الأدنى (الحالة 2)، وهذا يعني أننا سنرفض Ho. ونقبل الفرض البديل القائل بوجود ارتباط ذاتي بين الاخطاء

إذا كانت $d<1.20$ ولن نرفض Ho إذا كانت $d>1.41$. وإذا كانت $d_L \leq d \leq d_u$ لا نستطيع إن نتخذ قرار بشأن قبول فرض العدم آو رفضه. ارفض Ho إذا كانت $d< d_u$ ، أو $d > 4 - d_L$

وإذا كانت $4- d_u \leq d \leq 4- d_L$ لا نستطيع أن نتخذ قرار بشأن قبول فرض العدم آو رفضه.

القيم من 2 تؤدي إلى قبول Ho والقيم القريبة من الصفر آو قيمة 4 تؤدي إلى رفض Ho.

- **العلاقة بين ديربن واتسون ومعلمة الارتباط الذاتي:**

إذا أخذنا إحصائية ديربن واتسون المحسوبة

$$d_c = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

نلاحظ ان البسط يبدأ بالمشاهدة الثانية نسبة لظهور البواقي المتباطئة في البسط.

$$dc = \frac{\sum e_t^2}{\sum e_t^2} + \frac{\sum e_{t-1}^2}{\sum e_t^2} - 2\frac{\sum e_t e_{t-1}^2}{\sum e_t^2}$$

يلاحظ أن الأمر يساوي تقريبا $dc = 1 + 1 - 2\hat{\rho}$

وبالتالي

$$dc = 2 - 2\hat{\rho}$$
$$dc = 2(1 - \hat{\rho})$$

أحيانا تكتب كما يلي: $\hat{\rho} \approx 1 - 1/2dc$

من خلال هذا نستطيع الحصول على مقدرة ρ نستفيد من عملية تصحيح النماذج للتخلص من مشكلة الارتباط الذاتي. وذلك بأجراء انحدار النموذج والحصول على d ومنه نستخرج ρ واستخدامها في العملية. من العلاقة نلاحظ انه إذا كانت = صفر لا يوجد ارتباط ذاتي ويترتب عليها d=2 مما يؤشر إلى انعدام الارتباط الذاتي. إذا كانت 1+= ρ أي كان عندك أي كان هناك ارتباط ذاتي موجب وتام يترتب على ذلك إن d=0 أي يكون هناك الارتباط ذاتي موجب(رفض فرض العدم) وإذا كانت

1−= ρ ارتباط ذاتي سلبي ومنها

$$-1 = 1 - 1/2d$$

$$d = \frac{-2}{-1/2} = 4$$

ونستتج من ذلك انه إذا كانت d<2 ارتباط سلبي وإذا كانت 2>d ارتباط موجب وإذا كانت d =2 لا يكون هناك ارتباط ذاتي.

4.3.5. طرق تصحيح المشكلة

تتم معالجة الارتباط الذاتي بناء على سبب حدوث المشكلة فعندما السبب هو اهمال متغير مستقل أو أكثر يتعين اضافة ذلك المتغير أو المتغيرات إلى النموذج.

وعندما يكون السبب هو الصياغة غير الدقيقة للنموذج فإن المعالجة تتم من خلال إعادة صياغة النموذج بالشكل المناسب.

أما إذا كان سبب المشكلة هو وجود علاقة فعلية بين البواقي فيوجد عدة طرق للمعالجة منها طريقة الفرق العام وطريقة الفرق الأول وطريقة المربعات الصغرى المعممة GLS.

كتابة تقرير عن طرق تصحيح مشكلة الارتباط الذاتي؟؟