الفصل الأول

تعاريف ومصطلحات

إن جانبا من التقدم العلمي يعتمد على إجراء التجارب ولذلك لابد من أن تصمم هذه التجارب على أسس علمية دقيقة ، وأن يصار إلى تحليلها وفق طرق علمية وخطوات منطقية تؤدي إلى نتائج دقيقة تساعد على اتخاذ القرار .

سنقوم بشرح بعض الأسس اللازمة لتصميم التجارب وتحليل النتائج لكي نساعد الباحثين في مختلف المجالات من الاستفادة ويساهم في وصولهم إلى النتائج الدقيقة في اقصر وقت وأقل جهد وكلفة ، وعلى هذا الأساس سنقوم بذكر أهم التعاريف .

1-1: التجربة Experiment:

تعرف التجربة بتعاريف عديدة ونعتقد أن التعريف الآتي يوضح المراد منها ، فهي "محاولة استفسار مخطط أو أنها الخطط التي ترسم مقدما لتشكيل أساس جيد ومأمون لكي يتم الحصول على معلومات أو حقائق جديدة لتأكيد اونفي فرضيات سابقة واستنتاج قواعد أو قوانين جديدة " .وتجدر الملاحظة دائما بأنه لايمكن بنتيجة تجربة ما الحصول على نتيجة قطعية عن أية فرضية بل يمكن التوصل إلى استنتاجات محتملة فقط .

وتتنوع التجارب تبعا لطبيعة مجال تطبيق التجربة ، فقد تكون التجارب مختبريه أو في المجال البيولوجي أو في مجال الإنتاج أو في المجال الزراعي _ تجارب حقلية أو تجارب البيوت الزجاجية . وتتنوع التجارب كذلك تبعا لعدد العوامل الداخلة فيها أو طبيعتها فقد تكون التجارب بسيطة Simple Experiments حينما يكون الاهتمام في التجربة بدراسة تأثير عامل Factor واحد مع تثبيت أو توحيد جميع الظروف المحيطة بالتجربة. أو تكون التجارب عامليه أو متعددة العوامل Factorial or Multi-factor Experiments حينما يكون الاهتمام بدراسة تأثير أكثر من عامل في تجربة واحدة فقط. أو تتنوع تبعا لطبيعة وهدف أقامتها وهنا يمكن تقسيمها إلى التجارب المطلقة وهي التي تهتم بتحديد صفات مجموعة أو مجاميع من الأشياء أو المواد والنوع الآخر هو تجارب المقارنة التي تهتم بالمقارنة بين تأثير المعالجات (Treatments) أو العوامل فيما يتعلق بالاستجابة (Response) .

1-2:المعالجة (المعاملة): Treatment

تعرف المعالجة أو المعاملة بأنها :

مجموعة من الظروف توضع تحت سيطرة الباحث أو المجرب حتى يمكن تقدير تأثير هذه الظروف على صفة محددة لمواد التجربة .

أو هي مستويات مختلفة من متغير ما .

أو هي الشيء المراد قياس تأثيره.

أو هي المؤثرات المطلوب قياس تأثيرها على صفات معينة لمواد التجربة مع تثبيت جميع العوامل الأخرى.

فقد تكون المعالجات عبارة عن مستويات معينة من درجات الحرارة أو أصناف الحنطة أو مواعيد زراعة أو تركيزات دوائية أو مستويات مختلفة لسماد النتروجين أو طرائق إنتاج مادة معينة أو طرائق تدريس أو طرائق تدريب ، فكل مستوى أو صنف أو تركيز أو طريقة عبارة عن معالجة قائمة بحد ذاتها .

1-3: العامل: Factor

يعرف العامل بأنه عبارة عن متغير يهدف الشخص الباحث أو المجرب في قياس تأثيره، فالعامل يمكن أن يكون اصطلاح يستخدم لتصنيف مواد التجربة. ان مفهوم العامل قد يتشابه مع مفهوم المعالجة لكنه أوسع منها، فقد يضم العامل عدد من المعالجات ، فعلى سبيل المثال إذا كان العامل هو درجة الحرارة وأريد دراسة تأثيرها في سير تجربة معينة فقد يضم هذا العامل عدة مستويات من درجة الحرارة وتسمى حينئذ المعالجات.ويطلق على التسميد تحت عدة مستويات بالعامل وليس المعالجة فقد يكون العامل هو السماد النتروجيني ويراد دراسة تأثيره في زيادة حاصل الحنطة وهنا قد يضم عامل سماد النتروجين عدة مستويات من تركيزات السماد(المعالجات) ،أو مثلاعامل الحنطة يضم عدد من أصناف الحنطة(المعالجات).

1-4: وحدة التجربة (القطعة التجريبية): Experimental Unit

الوحدة أو القطعة التجريبية تعرف بأنها :

الشيء الذي يقاس تأثير المعالجة فيه .

أوالوحدة أو القطعة من المادة التجريبية التي سيجري عليها تطبيق معالجة واحدة .

أوهي الوحدة الأساسية وهي اصغر وحدة أو جزء لمواد التجربة بحيث يمكن أن تقع أي قطعتين تجريبيتين تحت تأثير معالجتين مختلفتين.

والقطعة التجريبية تختلف في ماهيتها باختلاف مجال التجربة فقد تكون إنسان أو نبات أو ماكنة أو حيوان أو قطعة ارض بالنسبة للتجارب الحقلية (وهنا لمساحة وشكل القطع التجريبية تأثير على مقدار الخطأ التجريبي) .

1-5:التعشية (العشوائية) : Randomization

وتعني أن يتم توزيع المعالجات التجريبية على القطع التجريبية توزيعا يخلو من أي تأثير للإرادة الشخصية، بمعنى أن هذا التوزيع تتاح فيه نفس الفرصة لكل معالجة في أن تحتل القطعة التجريبية المعينة، بتعبير آخر إن جميع القطع التجريبية لها نفس احتمالية اخذ أي معالجة، ولذلك فان لهذا المبدأ (التوزيع العشوائي للمعالجات على القطع التجريبية) أهمية كبيرة لـ :

1- ضمان الحصول على تقدير غير متحيز لمعدلات المعالجات.

2- ضمان الحصول على تقدير غير متحيز للخطأ التجريبي .

ومن الوسائل المستخدمة لإنجاز عملية التوزيع العشوائي هو استخدام جداول الأعداد العشوائية.

1-6: الخطأ التجريبي: Experimental Error

إن التجربة وحسب مجال تنفيذها تظهر فيها أخطاء متسببة عن مصادر عديدة (اختلافات موجودة أصلا في القطع التجريبية المستخدمة ، اختلافات في خصوبة التربة ، اختلافات في وزن حيوانات التجربة ، اختلافات في التركيب الوراثي للنبات أو للحيوان أو للإنسان ، اختلافات في نوع الرعاية والاهتمام من قبل الأشخاص القائمين على التجربة، اختلافات في نوعيات المقاييس والمكاييل المستخدمة في تسجيل القياسات، وربما استفادة معالجة من مجاورة معالجة أخرى...)،البعض من هذه الأخطاء معروفة المصدر ويمكن العمل على تقليلها إلى نهايتها الصغرى والبعض الآخر من هذه الأخطاء غير معروفة المصدر ولذلك تعزى إلى مسببات مبهمة أو غير معروفة للشخص الباحث أو المجرب يسميها البعض الصدفة أو العشوائية . إن الأخطاء التي لاتعرف مصادرها (يعني الأسباب التي أدت إلى تكوينها) تسمى بالخطأ التجريبي (Experimental Error) الذي يعتبر مقياسا ناجحا يستند عليه للحكم على دقة وكفاءة التجربة .

وهناك من عرف الخطأ التجريبي على انه عبارة عن الفرق بين قطعتين تجريبيتين أخذت نفس المعالجة بمعنى إن الباحث لايستطيع التحكم فيه.

1-7:التكرار: Replication

القصد من التكرار هو أن تتكرر المعالجة في التجربة مرتين أو أكثر بمعنى أن يخصص للمعالجة قطعتين تجريبيتين أو أكثر وتكمن أهمية وضرورة التكرار وذلك:

1-لإمكانية إعطاء تقدير للخطأ التجريبي الذي يمكننا من إجراء اختبارات المعنوية وهذا التقدير يكون عادلا وهو مايعرف بسلامة تقدير الخطأ التجريبي .

2-لتقليل مقدار الخطأ التجريبي وبالتالي رفع كفاءة التجربة .

3- لإمكانية إعطاء قياس دقيق لتأثير المعالجات.

إن عدد التكرارات التي يمكن أن يحددها الباحث لتنفيذ تجربة ما يعتمد على:

1- درجة الدقة المطلوبة فحينما يزداد عدد التكرارات فان دقة التجربة ستزداد.

2- مقدار الفروق أو الاختلافات الموجودة بين القطع التجريبية فإذا كانت الوحدات التجريبية غير متساوية فمن الضروري أن يزداد التكرار في التجربة وحينما تكون الوحدات التجريبية متساوية أو متجانسة فيمكن تقليل التكرار.

3-نوع التصميم المستخدم إذ أن بعض التصاميم فيها قيود أو شروط لعدد التكرارات يجب الالتزام بها .

4-الإمكانات المتيسرة سواء منها البشرية أوالمادية أو المواد التجريبية .

لقد اهتم العلماء والباحثون بموضوع تحديد عدد التكرارات وإيجاد طرق علمية لحسابه والحصول على الدقة الكافية للتجربة ومن هذه الطرق ، استخدام الفكرة التي تعتمد تحديد عدد التكرارات على أساس انه العدد الذي يتسبب في أن تكون درجة الحرية للخطأ التجريبي على الاقل12 أو 15 وبهذه الفكرة يحسب عدد التكرارات اللازمة بالتعويض في رموز الصيغة الرياضية الدالة على درجات الحرية للخطأ ، فعلى سبيل المثال إذا كانت صيغة(*) حساب درجات الحرية للخطأ هي $(r-1)(t-1)$ حيث t تمثل عدد المعالجات ، وr تمثل عدد التكرارات وبالتعويض عن قيمة t بعدد المعالجات التي ستستخدم في التجربة يمكن تحديد أو حساب قيمة r التي تعطينا على الأقل 12 أو 15درجة حرية للخطأ وكما في أدناه:

(*) الصيغة للتصميم المسمى (تصميم القطاعات الكاملة العشوائية) الذي سيوضح لاحقا.

درجات الحرية للخطأ $(t-1)(r-1)$	عدد التكرارات r	عددا لمعالجات t
12	13	2
12	7	3
12	5	4
12	4	5
15	4	6
14	3	7
14	3	8
16	3	9
18	3	10

كذلك من الممكن اللجوء إلى صيغة أخرى لحساب r عدد التكرارات وفقا لنوعية التجربة (اعتمادا على معلومات سابقة) حيث ينبغي معرفة تباين الخطأ التجريبي واقل فرق بين المتوسطات، فيتم حساب عدد التكرارات وفقا للصيغة (1-1) أدناه:

$$r = 2t^2_\alpha S^2 / d^2 \qquad \ldots (1\text{-}1)$$

حيث أن: S^2 : تباين الخطأ

d^2 : مربع اقل فرق بين المتوسطات

t^2_α : مربع قيمة t الجدولية عند مستوى معنوية 0.05 أو 0.01 وبدرجة حرية الخطأ.

1-8: علم تصميم وتحليل التجارب :-

هو العلم الذي ينصب اهتمامه بتطبيق الطريقة الإحصائية في تجربة عملية باعتماد التخطيط وتوظيف الإمكانات المتاحة لعمل أو صنع التصميم التجريبي الملائم الذي يساعد في الحصول على البيانات أو جمعها ومن ثم تحليلها استنادا للأسس العملية السليمة لضمان وضع قرارات علمية صحيحة على درجة كافية من الدقة. ويمكن القول عنه أيضا بأنه :

البحث عن طرق معينة لتخصيص المعالجات أو توزيعها على وحدات التجربة بحيث يتم التمكن من الحصول على اصغر تقدير للخطأ وعلى تقدير عادل لأثر العوامل المراد بحثها، لذلك فان هذا العلم هو احد الفروع المتشعبة عن علم الإحصاء التطبيقي .

1-9:تصميم التجربة:Design of experiment

هو الخطة المستعملة في التجربة أو هو سلسلة من الخطوات (المتضمنة توزيع المعالجات على القطع التجريبية) التي تتبع بهدف جمع البيانات ويشمل كذلك الفهم التام لطريقة التحليل التي ستطبق بعد الحصول على البيانات أو المعلومات العددية من التجربة، وان ينبغي مراعاة إمكانية تقدير الخطأ التجريبي حيث أن التصميم يصبح فاشلا إذا لم يسمح بتقدير الخطأ التجريبي.

تتعدد تصاميم التجارب وتتنوع وكل منها يلائم هدف معين حيث أن غرض الباحث ونوعية الدراسة أو البحث تحتم عليه أن تكون التجربة بهذا التصميم أو ذاك و إن الاختيار السليم والجيد للتصميم المناسب يعطي ضمانا لإمكانية تذليل الصعوبات التي قد تواجد الباحث عند التحليل الإحصائي.. وعليه فأن التصميمات المثلى للتجارب تختلف تبعا لما تتضمنه التجربة من عوامل الدراسة .

وعموما فالتصميم الملائم يجب أن يأخذ بنظر الاعتبار العوامل الآتية:

- عدد القطع (الوحدات) الواجب معاملتها بكل عامل (عدد التكرارات) .
- حجم القطعة الواحدة – طولها وعرضها – (في المجال الزراعي) .
- كيفية توزيع المعالجات على القطع التجريبية .
- النموذج الرياضي الذي يصف أو يمثل الاستجابة.
- كيفية تحليل المعلومات العددية التي سيتحصل عليها.

1-10:متطلبات التجربة الجيدة :

لغرض قيام الباحث أو المجرب بالبدء بتجربة يراد لها أن تكون جيدة عليه أن يقوم في وقت سابق بدراسة شاملة للمشكلة التي يريد بحثها والإلمام التام بكل المحاولات أو الدراسات السابقة التي أقيمت لأجراء تجارب مماثلة والأخذ بنظر الاعتبار معالجة الأخطاء والصعوبات التي أعترضتها وأن يصف التجربة وصفا واضحا من حيث المواد الداخلة فيها وحجمها والقطع التجريبية والتصميم المقترح وكذلك اسلوب تحليل النتائج وأنه سيقوم باستخدام اسهل الطرق الممكنة لتحقيق هدفه وبتقليل الكلفة وأختزال الفترة الزمنية والجهود التي تبذل وبالتالي فأن من متطلبات التجربة الجيدة والتي على المجرب أن يراعيها هي أن تكون المقارنات بين المعالجات خالية قدر الإمكان من الخطأ المنتظم (Systematic Error) ، وأن تكون على درجة كافية من الدقة وأن تكون الاستنتاجات التي تستخلص من التجربة ذات مدى واسع من

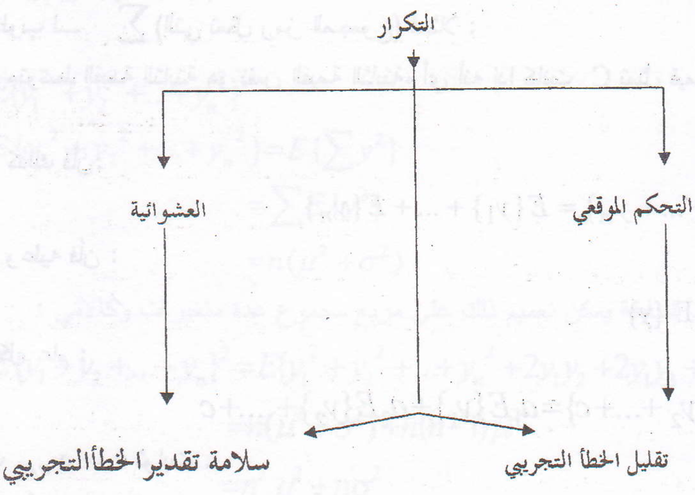
الصلاحية . وطالما أن التجربة الجيدة تعني الزيادة في الدقة والزيادة في الدقة ترتفع كلما قلت الأخطاء التجريبية فيمكننا تقليل أهمية هذه الأخطاء بالأخذ بالاعتبار ما يلي :- الملاحظة الدقيقة للقائمين بالعمل ضمن التجربة وكذلك المساعدين لهم وتحسين الأساليب التجريبية باختيار موازين أو مقاييس دقيقة وتكبير حجم التجربة بزيادة عدد التكرارات.

1-11: السيطرة أو التحكم الموقعي: Local control

وهي تعني السيطرة على غالبية العوامل والظروف التي تحيط بالتجربة بمعنى تقليل أو إزالة تأثير العوامل الخارجية المحيطة بالتجربة غير العوامل التي يراد دراسة تأثيرها. فحينما يتم التعرف بشكل دقيق على القطع التجريبية وماهية اتجاهات الاختلافات (عدم التجانس) الموجودة بينها فيتم محاولة تقسيمها إلى مجموعات متجانسة ضمن اطارمجموعات أو قطاعات يتم توزيع المعالجات داخلها بطريقة عشوائية وهذا معناه المساهمة بتقليل الخطأ التجريبي وبالتالي زيادة الدقة والكفاءة للتجربة.

الآن ينبغي أن نعرف هناك ثلاثة قواعد أساسية مهمة في تصميم وتحليل التجارب وهي: التكرار Replicate والعشوائية Randomization والسيطرة أو التحكم الموقعي Local control. ويمكن تبيان العلاقة بينهم وأهمية وأثر هذه القواعد الثلاثة في تقليل الخطأ التجريبي وبالتالي زيادة الدقة والكفاءة للتجربة من خلال المخطط (1-1) أدناه:

المخطط (1-1) يبين تأثير القواعد الثلاثة في تقليل الخطأ التجريبي وزيادة الدقة



12-1: عامل التأثير E : Operator E

يمكن توضيح معنى وقواعد استخدام الرمز E كما يلي :

أفرض أننا أخذنا مشاهدة واحدة (y) من مجتمع بحيث كان اختيارنا لها بأسلوب إعطاء جميع المشاهدات في المجتمع نفس الفرصة في الاختيار أي أن للمشاهدة (y) نفس احتمال اختيار أي مشاهدة أخرى في هذا المجتمع ، فإذا أخذنا عدد من هذه المشاهدات فأن هذه المجموعة الناتجة تسمى عينة عشوائية ، هذا وحين تكرار أخذ عينة بهذه الصورة مرات ومرات عديدة سيكون متوسط هذه المشاهدات هو متوسط المجتمع ، هذا وأن الرمز (E) يعني أن المتوسط الناتج بهذه الصورة للمجتمع ، أو ما يسمى بالقيمة المتوقعة (Expected Value of Y) وعلى ذلك فأن الكلام يمكن أن يعبر عنه بالصيغة التالية :

$$E(y) = \mu$$

وهذا بالحقيقة هو تعريف لمتوسط المجتمع.

يرافق كل مشاهدة (y) مربع انحراف عنه بـ $(y-\mu)^2$ هذا وأن متوسط قيم مربعات الانحرافات للمجتمع تدعى بالتباين ويرمز له بالرمز σ^2 ، وعلى ذلك فالعلاقة الرياضية لتباين المجتمع يعبر عنها بالصيغة :

$$E(y-\mu)^2 = \sigma^2$$

1-12-1: قواعد عامل التأثير E :

بما أن عامل التأثير يدل على عملية أيجاد المتوسط لذلك فأنه يمكن أن يكون له نفس الأسلوب لـ $\sum$ (التي تمثل رمز المجموع) فمثلا :

1 . متوسط القيمة الثابتة هو نفس القيمة الثابتة، أي أنه إذا كانت C تمثل قيمة ثابتة فأن :

$$E\{c\} = c$$

2 . كذلك فأن:

$$E\{y_1 + y_2 + \dots + y_n\} = E\{y_1\} + \dots + E\{y_n\}$$

3 . وعليه فأن :

$$E\{cy\} = c\ E\{y\}$$

وبشكل عام :

$$E\{a_1y_1 + a_2y_2 + \dots + c\} = a_1E\{y_1\} + a_2E\{y_2\} + \dots + c$$

حيث a_i , c ثوابت .

فإذا أريد إيجاد متوسط قيمة مثل $(ay)^2$ فيمكن كتابة ذلك بحسب القواعد أعلاه كالآتي :

$$E(ay)^2 = E\{a^2y^2\} = a^2\ E(y^2)$$

كذلك فإن :

$$E\{y_1\}= E\{y_2\}= \ldots = E\{y_n\} = \mu$$

وان:

$$E\{y_1+y_2+ \ldots +y_n\}= E\{\Sigma y_i\}= \Sigma E\{y_i\}= n\mu$$

كذلك فأن :

$$E\{y_1\, y_2\} = E\{y_1\}\, E\{y_2\}$$
$$= \mu.\ \mu = \mu^2$$

وذلك عندما تكون المتغيرات مستقلة .

كما أن القيمة المتوقعة لـــ (y^2) في عينات متكررة يمكن استخراجها مباشرة من تعريـــف σ^2 وكالاتي :

$$\sigma^2 = E(y-u)^2 = E(y^2 - 2\mu y + \mu^2)$$
$$= E(y^2) - 2\mu E(y) + \mu^2$$
$$= E(y^2) - 2\mu.\mu + \mu^2$$
$$= E(y^2) - \mu^2$$

ويمكن كتابته كالآتي:

$$E(y^2) = \mu^2 + \sigma^2$$

وبذلك فان:

$$E\{y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2\}$$
$$E\{y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2\} = E\{\sum y^2\}$$
$$= \sum E\{y^2\}$$
$$= n(\mu^2 + \sigma^2)$$

وبالاستعانة بالقواعد السابقة يمكن تعميم ذلك على مربع مجموع عدة متغيرات وكالاتي :

$$E\{y_1 + y_2 + \ldots + y_n\}^2 = E\{y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2 + 2y_1y_2 + 2y_1y_3 + \ldots\}$$
$$= n(\mu^2 + \sigma^2) + n(n-1)\mu^2$$
$$= n^2\mu^2 + n\sigma^2$$

1-12-2:القيمة المتوقعة لتباين العينة S^2 :

بما أن:

$$S^2=\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n-1}$$

فإذا تجاهلنا المقام (n-1) وأخذنا البسط فقط فان:

$$\sum(y-\bar{y})^2=\sum y^2-\frac{(\sum y)^2}{n}$$

ويمكن معالجة كل حد لوحده وكالاتي :

$$E(\sum y^2)=n\mu^2=n\sigma^2$$

$$E\left\{\frac{(\sum y)^2}{n}\right\}=n\mu^2+\sigma^2$$

وبالطرح نحصل على:

$$E\{\sum(y-\bar{y})^2\}=(n-1)\sigma^2$$

وعليه فإن:

$$E\left\{\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n-1}\right\}=E(S^2)=\sigma^2$$

1-12-3: القيمة المتوقعة لمتوسط العينة $\bar{Y}$:

بتطبيق القواعد السابقة على تعريف الوسط الحسابي

$$\bar{y}=\frac{\sum y}{n}$$

$$E(\bar{y})=\frac{1}{n}E(y_1+y_2+...+y_n)$$

$$=\frac{1}{n}(n\mu)=\mu$$

الفصل الثاني

تحليل التباين

2-1: تحليل التباين Analysis of Variance

إن مصطلح "تحليل التباين" يطلق على مدى واسع من الأساليب الإحصائية ، ويكاد أغلب الإحصائيين التطبيقيين يستخدمون بشكل أو بآخر أساليب تحليل التباين، وهو فكرة كانت للعالم الإحصائي فيشر (R.A.Fisher) النصيب الأكبر بها وهي تقود إلى اختبار معنوية عدة عوامل (مجموعات اوعينات أو معالجات) دفعة واحدة، مما سهل العمل كثيرا على الباحثين في ميادين البحوث التجريبية كالتجارب الزراعية والصناعية والبيولوجية.

2-1-1: التباين The Variance

إن مفهوم التباين يعبر عنه بأنه معدل مجموع مربعات انحرافات قيم المشاهدات للمجتمع عن وسطها الحسابي وبحسب العلاقة الآتية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i-1}^{N} (Y_i - \mu)^2}{N} \quad \ldots(2\text{-}1)$$

حيث أن :

σ^2: تباين المجتمع

Y_i : قيمة المشاهدة

u : متوسط المجتمع

N : عدد المشاهدات (المفردات) للمجتمع .

وتحليل التباين يعني تجزئة التباين إلى عدة مركبات إحداها تعزى إلى العشوائية وقد استخدم فيشر (R.A.Fisher) هذه المركبة للمقارنة مع بقية مركبات التباين فمثلا يقاس التباين الحاصل بين عينتين بالتباين الناتج عن طريق الصدفة (المركبة العشوائية) والتباين بين العينتين ، والنسبة الحاصلة تشكل توزيعا يماثل توزيع (F) .

2-1-2:مقارنة تشتت عينتين :

إن اختبار (F) وهو نسبة تبايني عينتين $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ بدرجات حرية (n_1-1 ، n_2-1)

ومستوى دلالة (0.05) و (0.01) حيث أن :

S_1^2 : تباين العينة الأولى

S_2^2 : تباين العينة الثانية

n_1 : عدد مفردات العينة الأولى

n_2 : عدد مفردات العينة الثانية

وقد قام العالم فيشر (R.A.Fisher) بدراسة هذه النسبة وكون جداول خاصة للعلاقة $K = \frac{1}{2}\log\frac{S_1^2}{S_2^2}$ إلا أن العالم سنيديكور (Snedecor) قام بحساب جداول للنسبة $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ وسماها بجداول (F) (نسبة إلى اسم العالم فيشر) . وتوزيع (F) يستخدم لاختبار الفرضية التي تقول بأن تبايني العينتين متساويتان ($Ho : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$) فإذا كانت هذه النسبة أكبر من أن تكون راجعة للصدفة(شيء غير معروف) فترفض الفرضية القائلة بتساوي التباين . وهذه الطريقة تطبق للمقارنة بين تشتت عدة عينات حيث أن فكرة العالم فيشر تعتمد أجراء المقارنة مرة واحدة على إمكانية تجزئة(Partitioned) مجموع المربعات الكلي لجميع المفردات (المشاهدات) إلى جزأين أو أكثر على أن يكون إحداها يمثل مجموع المربعات داخل كل عينة ، وحيث أن مفردات العينة الواحدة متجانسة فأن التباين يرجع إلى الصدفة وعليه فهذا التباين يصلح أن يكون مقياسا للمقارنة مع التباين الآخر(بقية التباينات) فأن كان التباين الأخر أكبر أو يساوي التباين الذي يعزى إلى الصدفة(غير معروف المصدر) كانت الفروق أو الاختلافات معنوية (جوهرية) أي أن الاختلافات التي تمثل (التباين الأخر) لم تكن بسبب الصدفة .

3-1-2: الفروض الواجب توفرها لتحليل التباين :

عند إجراء تحليل التباين لابد من ملاحظة البيانات تحت البحث من حيث احتوائها قيم شاذة أو عدم تحقيق بعض الشروط اللازمة لإجراء التحليل وواضح أن عدم تحقيق أي شرط يؤدي إلى خلل وعدم دقة في النتائج لاختبار المعنوية وهذه الفروض هي :

1 . التأثيرات الأساسية تجميعية **Additive** :

S^2 : التباين المقدر من جميع مجموع مربعات كل مجموعة مقسومة على مجموع درجات حرية كل المجموعات . ويحسب كما يلي:

$$S^2 = \frac{\sum (n_i - 1) S_i^2}{\sum (n_i - 1)}$$

إلا أن قيمة χ^2 المحسوبة بالصيغة أعلاه تكون أكبر قليلا من قيمة χ^2 الحقيقية وعليه نقسم χ^2 الناتجة على معامل التصحيح التالي :

$$C = 1 + \frac{1}{3(t-1)} \left[\sum_{i=1}^{t} \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{\sum (n_i - 1)} \right] \quad \dots(2\text{-}3)$$

وعليه تصبح الصيغة كالآتي :

$$\chi_C^{\ 2} = \frac{\chi^2}{c} \quad \dots.(2\text{-}4)$$

وهذه النتيجة تقارن مع قيمة χ^2 الجدولية (الجدول 1 في الملحق) بدرجة حرية (t-1) ومستوى معنوية 0.05أو 0.01 فأن كانت النتيجة اكبر من قيمة χ^2 الجدولية ترفض فرضية العدم .

. $H_0: \sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \dots = \sigma^2_t$

مثال (1-2) :

أدناه جدول يمثل أربع مجموعات ، المجموعة الأولى والرابعة تتألف من ثلاث مفردات والثانية من ستة مفردات والثالثة من خمسة مفردات . المطلوب اختبار تجانس التباين للمجموعات باستخدام طريقة بارتليت

المجموعات :

1	2	3	4
6	10	7	2
3	9	3	4
9	12	8	6
	8	5	
	11	2	
	4		

الحل :

$$S_i^{\,2} = \frac{\sum y_{ij}^{\,2} - \frac{(\sum y_{ij})^2}{n}}{n-1}$$

$$S_1^{\,2} = \frac{126 - 108}{3-1} = \frac{18}{2} = 9$$

$$S_2^{\,2} = \frac{526 - 486}{6-1} = \frac{40}{5} = 8$$

$$S_3^{\,2} = 6.5$$

$$S_4^{2} = 4$$

يمكن أعداد جدول لغرض تسهيل تطبيق الطريقة وكالاتي :

المجموعة	$n_i - 1$	مجـ المربعات	S_i^2	$Log\,S_i^2$	$(n_i-1)Log\,S_i^2$	$\frac{1}{n_{i-1}}$
1	2	18	9	0.654	1.308	0.5
2	5	40	8	0.9	4.5	0.2
3	4	32.5	6.5	0.8	3.2	0.25
4	2	8	4	0.6	1.2	0.5
	13	88.5			10.208	1.45

$$S^2 = \frac{88.5}{14} = 6.33 \quad 13 \rightarrow (n_i - 1)$$

$$\log S^2 = 0.8 \quad 13$$

$$\chi^2 = 2.3026\ [14\,(0.8) - 10.208\ ] = 2.284$$

$$C = 1 + \frac{1}{3(4-1)}\left[1.45 - \frac{1}{13}\right] = 1.152$$

$$\therefore \quad \chi_c^2 = \frac{2.284}{1.152} = 1.98$$

وبما أن قيمة χ^2 الجدولية بدرجة حرية (3) ومستوى دلالة 5% هي 7.81 .

إذن لا ترفض الفرضية $H_o: \sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \sigma^2_3 = \sigma^2_4$. أي أن التباينات متجانسة .

2-2-2: طريقة كوكران Cochran's Method :

يتم استخدام هذه الطريقة في حالة تساوي أعداد المشاهدات للمجموعات أي أن $n_1 = n_2 = n_3 = \ldots = n_t = n$ وأن الصيغة التي طورها كوكران هي :

$$C = \frac{Largest \quad S^2}{\sum S_i^2} \qquad \ldots(2\text{-}5)$$

حيث تقارن نتيجة هذه الصيغة مع قيمة جدوليه من جداول كوكران لتجانس التباينات (الجدول 7 في الملحق) التي تأخذ بالاعتبار t عدد التباينات و n-1 درجة الحرية لكل تباين ومستوى المعنوية 0.05 أو 0.01 ، فإن كانت نتيجة الصيغة أعلاه أكبر من القيمة الجدولية ترفض فرضية العدم القائلة بتساوي التباينات .

مثال(2-2) :

توفرت المعلومات في أدناه عن أربعة مجموعات وكل مجموعة مكونة من 6 مفردات(مشاهدات):

$S^2_1 = 2.7 \quad S^2_2 = 0.9 \qquad S^2_3 = 4 \quad S^2_4 = 3.8$

وطلب معرفة هل أن التباينات متجانسة ، باستخدام طريقة كوكران .

فالحل يكون بتطبيق حساب صيغة كوكران ، إذ أن عدد المفردات (n=6) متساوي لجميع المجموعات وكما يلي :

$$C = \frac{4}{11.5} = 0.375$$

وبما أن قيمة كوكران المحسوبة اصغر من القيمة الجدولية لكوكران (الجدول 7 في الملحق) لمستوى معنوية 0.05 و(عدد التباينات=4) و(درجة الحرية لكل تباين=5) والتي هي 0.5895 فلا نرفض الفرضية القائلة بتساوي التباينات ($H_o: \sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \sigma^2_3 = \sigma^2_4$) .